

ریاضی ۲ مخصوص تجربی

وارون یک تابع و تابع یک به یک - حل تمرین های درس دوم

۱- به تابعی که در زوج‌های مرتب متفاوت خود، مولفه‌های دوم تکراری نداشته باشد، تابع یک به یک گوئیم. به عبارت دیگر در تابع یک به یک اگر مولفه‌های دوم با هم برابر باشند، آنگاه مولفه‌های اول نیز باید با هم یکسان باشند.

۲- فرض کنید (x_1, y_1) و (x_2, y_2) دو زوج مرتب دلخواه از تابع یک به یک f باشند، در این صورت: $x_1 = x_2 \rightarrow y_1 = y_2$

۳- در نمایش نمودار ون تابع، به هر عضو مجموعه مولفه‌های دوم تابع یک به یک حداکثر یک فلش وصل شود.

۴- در نمایش نمودار تابع در دستگاه مختصات هر خط فرضی موازی محور طولها نمودار تابع یک به یک را حداکثر در یک نقطه قطع می‌کند.

۵- برای بررسی یک به یک بودن می‌توانیم به یکی از دو روش زیر عمل کنیم:

الف- رسم نمودار تابع هر خط موازی با محور طولها نمودار این تابع را حداکثر در یک نقطه قطع می‌کند، بنابراین یک به یک است.

ب- اثبات به کمک تعریف ریاضی یک به یک

۶- برای رد کردن یک به یک بودن ضابطه یک تابع می‌توانیم مثال نقض بیاوریم. به عبارت دیگر به ازای یک مقدار مناسب برای y حداقل دو مقدار متمایز برای x پیدا شود.

ریاضی ۲ مخصوص تجربی

۷- اگر مولفه‌های همه زوج‌های مرتب تابع یک به یک f را جابه‌جا کنیم، آنگاه تابع جدیدی به دست می‌آید که آن را تابع وارون f گوئیم و با f^{-1} نشان می‌دهیم.

۸- تابع f را وارون‌پذیر گوئیم هرگاه تابع f یک به یک باشد. به عبارت دیگر اگر تابع f یک به یک نباشد، وارون‌پذیر نیست و تابع وارون ندارد.

۹- نمودار توابع f و f^{-1} همیشه نسبت به خط $y = x$ (نیمساز نواحی اول و سوم) قرینه یکدیگرند.

بنابراین برای رسم نمودار وارون یک تابع کافی است قرینه نمودار آن را نسبت به خط نیمساز ناحیه‌های اول و سوم رسم کنیم.

۱۰- اگر تابع وارون‌پذیر f با دامنه D_f و برد R_f مفروض باشد، آنگاه دامنه و برد تابع f^{-1} همواره برابر است با:

$$D_{f^{-1}} = R_f, R_{f^{-1}} = D_f$$

۱۱- برای به دست آوردن ضابطه تابع وارون یک تابع یک به یک مانند f ، کافی است در معادله $y = f(x)$ ، ابتدا رابطه x را بر حسب y محاسبه کنیم. سپس با جابه‌جا کردن متغیرهای x و y ، ضابطه تابع $f^{-1}(x)$ را به دست آوریم.