ریاضی ۲ مخصوص تجربی

حل یک نمونه سوال امتحانی ترم اول

۱- مختصات نقطه وسط پاره‌خط AB برابر است با:

$$\boldsymbol{M(\frac{x_A + x_B}{۲}\ ,\ \frac{y_A + y_B}{۲})}$$

۲- فاصله دو نقطه $A(x_A, y_B)$ و $B(x_B, y_B)$ در حالت کلی برابر است با:

$$AB = \sqrt{(x_A - x_B)^۲ + (y_A - y_B)^۲}$$

۳- معادله درجه دوم $ax^۲ + bx + c = ۰$ را با فرض $\Delta > ۰$ در نظر بگیرید، اگر α و β ریشه‌های این معادله باشند آن‌گاه مجموع و حاصل‌ضرب ریشه‌ها را به‌صورت زیر محاسبه می‌کنیم:

$$\boldsymbol{S = \alpha + \beta = -\frac{b}{a}}$$

$$\boldsymbol{P = \alpha\beta = \frac{c}{a}}$$

۴- معادله درجه دومی که مجموع ریشه‌های آن S و حاصل‌ضرب ریشه‌های آن P باشد را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$x^۲ - Sx + P = ۰$$

۵- مسئله زمان رفت و برگشت در معادلات گویا:

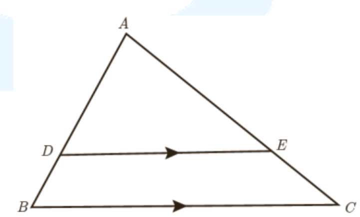
می توانیم از فرمول $v=\frac{x}{t}$ که سرعت را بر حسب مسافت بر زمان نشان می دهد استفاده کنیم و معادله را بر اساس فرضها بنویسیم و سپس با حل معادله مجهول را بیابیم.

۶- روش جبری حل یک معادله رادیکالی:

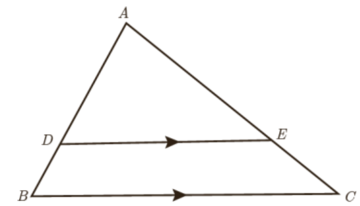
برای حل یک معادله رادیکالی می‌توان جملات را طوری در طرفین تساوی جابه‌جا کرد که یک عبارت رادیکالی به تنهایی در یک طرف تساوی قرار گیرد. سپس با توان رساندن طرفین تساوی و در صورت لزوم با تکرار این عمل، معادله را از شکل رادیکالی خارج کرد.

پس از حل معادله باید مطمئن شویم که جواب‌های حاصل در معادله اولیه صدق می‌کنند.

۷- قضیه تالس: در هر مثلث دلخواه مانند شکل زیر اگر پاره‌خط DE موازی ضلع BC باشد، آنگاه: $\frac{AD}{DB}=\frac{AE}{EC}$

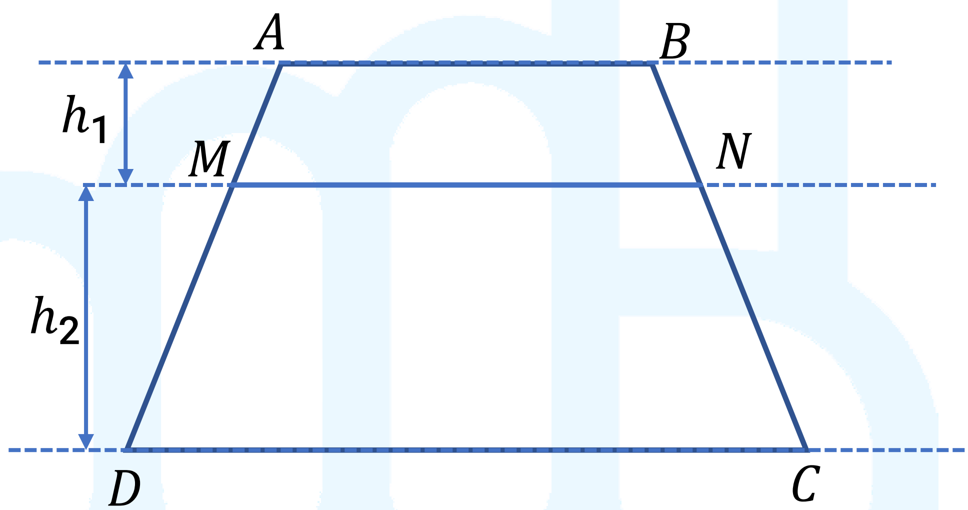


۸- تعمیم قضیه تالس: در هر مثلث دلخواه مانند شکل، اگر $DE||BC$ باشد، آنگاه: $\frac{AD}{AB}=\frac{AE}{AC}=\frac{DE}{BC}$

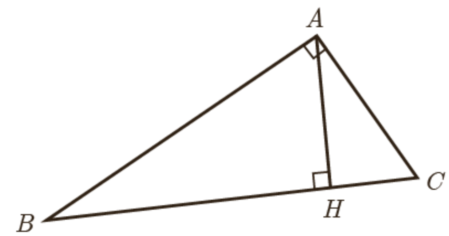


۹- تالس در ذوزنقه: اگر در یک ذوزنقه، خطی موازی قاعده رسم کنیم $(MN \| AB \| DC)$، روی ساق‌ها و ارتفاع‌ها پاره‌خط‌های متناسب ایجاد می‌کند.

$$\frac{AM}{MD}=\frac{BN}{NC}=\frac{h_1}{h_2}$$



۱۰- از نسبت‌های تشابه مثلث ABC با مثلث‌های AHC و AHB ، می‌توان روابط طولی زیر را نتیجه گرفت:



$$AC^2 = HC \times BC$$

$$AB^2 = HB \times BC$$

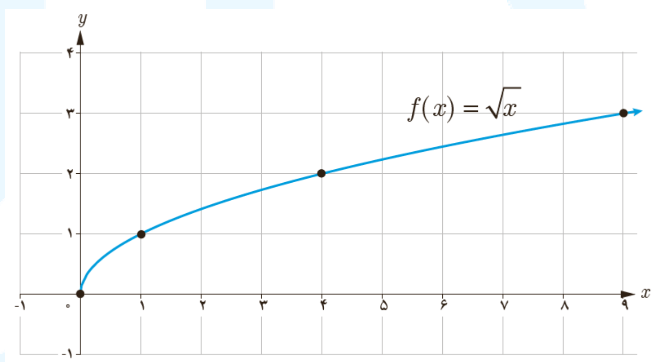
$$AH^2 = BH \times HC$$

$$BC^2 = AB^2 + AC^2$$

$$AB \times AC = BC \times AH$$

۱۱- یکی از ساده‌ترین و معروف‌ترین توابع رادیکالی، تابع $f(x) = \sqrt{x}$ می‌باشد.

نمودار این تابع به صورت زیر است:



۱۲- نمودار تابعی مانند $y = f(x)$ را در نظر بگیرید. برای رسم نمودار تابع $y = f(x+c)$ کافی است نمودار تابع $f(x)$ را به اندازه c واحد به سمت چپ یا راست منتقل کنیم.

اگر $c > 0$ باشد، نمودار تابع $f(x)$ به اندازه c به سمت چپ منتقل می‌شود.

اگر $c < 0$ باشد، نمودار تابع $f(x)$ به اندازه c سمت راست منتقل می‌شود.

۱۳- نمودار تابعی مانند $y = f(x)$ را در نظر بگیرید. برای رسم نمودار تابع $y = f(x) + d$ کافی است نمودار تابع $f(x)$ را به اندازه d واحد به سمت بالا یا پایین منتقل کنیم.

اگر $d > 0$ باشد، نمودار تابع $f(x)$ به اندازه d به سمت بالا منتقل می‌شود.

اگر $d < 0$ باشد، نمودار تابع $f(x)$ به اندازه d سمت پایین منتقل می‌شود.

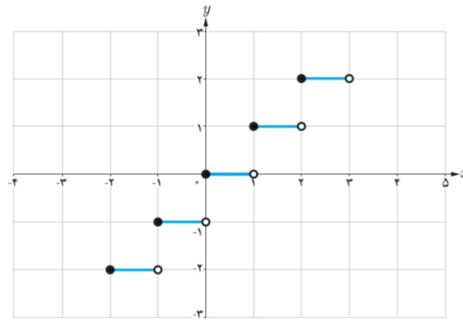
۱۴- نمودار تابعی مانند $y = f(x)$ را در نظر بگیرید. برای رسم نمودار تابع $y = af(x)$ کافی است عرض تمام نقاط نمودار تابع $f(x)$ را در عدد a ضرب کنیم.

اگر $|a| > 1$ باشد، نمودار تابع $f(x)$ با ضریب a ، انبساط عرضی خواهد داشت.

اگر $0 < |a| < 1$ باشد، نمودار تابع $f(x)$ با ضریب a ، انقباض عرضی خواهد داشت.

اگر $a < 0$ باشد، آنگاه نمودار تابع $f(x)$ نسبت به محور xها قرینه می‌شود.

۱۵- برای رسم تابع $f(x) = [x]$ کافی است که بر حسب بازه‌های مختلف x از دامنه، تابع را به‌صورت یک تابع چندضابطه‌ای بنویسیم و هر ضابطه را در شرط آن رسم کنیم.



۱۶- اگر تابع وارون‌پذیر f با دامنه D_f و برد R_f مفروض باشد، آنگاه دامنه و برد تابع $f^{-۱}$ همواره برابر است با:

$$D_{f^{-۱}} = R_f \,, R_{f^{-۱}} = D_f$$

17- برای به‌دست آوردن ضابطه تابع وارون یک تابع یک به یک مانند f ، کافی است در معادله $y = f(x)$ ، ابتدا رابطه x را بر حسب y محاسبه کنیم. سپس با جابه‌جا کردن متغیرهای x و y ، ضابطه تابع $f^{-۱}(x)$ را به‌دست آوریم.

18- اگر f و g به ترتیب دو تابع با دامنه‌های D_f و D_g مفروض باشند، در این صورت، جمع، تفریق، ضرب و تقسیم آنها را به‌صورت زیر تعریف می‌کنیم:

نام عمل	تعریف ضابطه	تعریف دامنه
جمع	$(f+g)(x) = f(x) + g(x)$	$D_{f+g} = D_f \cap D_g$

تفریق	$(f-g)(x)=f(x)-g(x)$	$D_{f-g}=D_f\cap D_g$
ضرب	$(f.g)(x)=f(x).g(x)$	$D_{f.g}=D_f\cap D_g$
تقسیم	$\left(\frac{f}{g}\right)(x)=\frac{f(x)}{g(x)}$	$D_{\frac{f}{g}}=D_f\cap D_g-\{x\|g(x)\neq 0\}$

بطوریکه اعمال جبری به ازای ورودی های مشترک (مولفه های اول) روی خروجی های (مولفه های دوم) انجام می شود.

19- اگر D اندازه زاویه α بر حسب درجه و R اندازه زاویه α بر حسب رادیان باشد، آنگاه رابطه ریاضی تبدیل واحدها به صورت رو به رو است: $\frac{D}{180}=\frac{R}{\pi}$