

ریاضی ۲ مخصوص تجربی

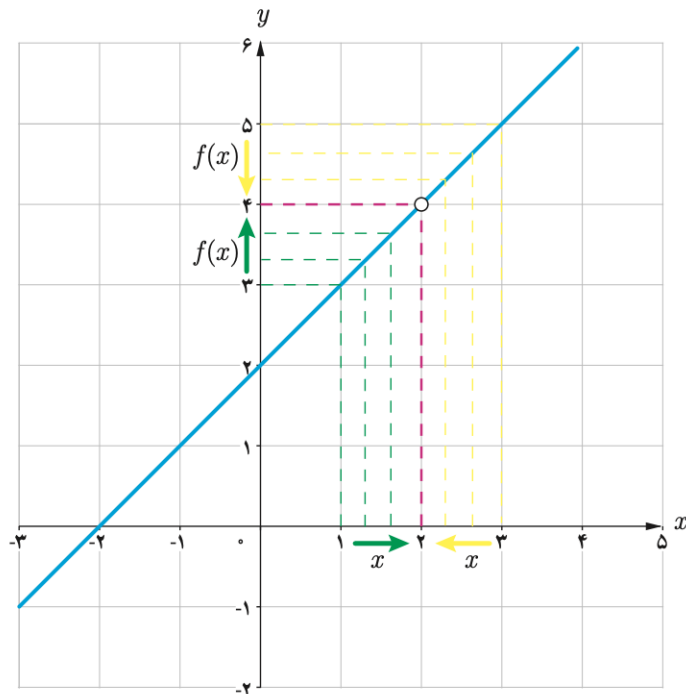
حل تمرین های درس اول- فصل ششم

۱- فرض کنیم تابع $f(x)$ در بازه‌ای مانند (m, n) شامل نقطه $x = a$ (به جز احتمالاً در خود a) تعریف شده باشد.

حد تابع f در a برابر عدد مشخص L است، هرگاه مقدار تابع f را به هر اندازه دلخواه بتوان به L نزدیک کرد، به شرط آنکه مقادیر x از دو طرف راست و چپ به قدر کافی به a نزدیک شود. در این صورت می‌نویسیم:

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L$$

برای مثال، به شکل زیر دقت کنید:



ریاضی ۲ مخصوص تجربی

$$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 4$$

۲- در یکی از سه حالت زیر تابع در نقطه a حد ندارد:

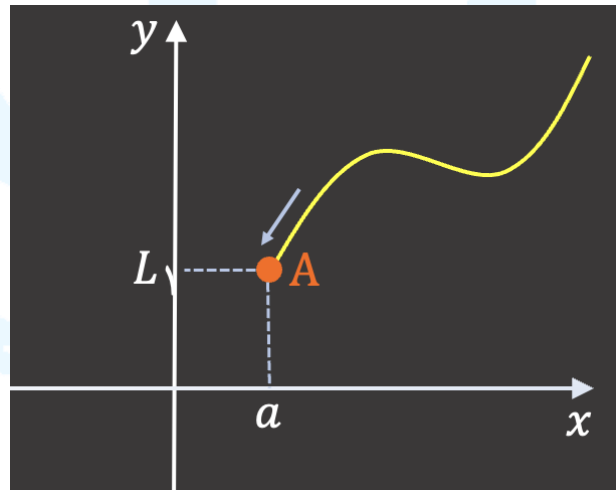
الف) $f(a)$ موجود نیست.

ب) $f(a)$ موجود است ولی $\lim_{x \rightarrow a} f(x) \neq f(a)$

پ) $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$

۳- حد راست: فرض کنیم تابع $f(x)$ در بازه‌ای مانند (a, n) تعریف شده باشد. حد راست f در a برابر عدد مشخص L_1 است، هرگاه مقادیر تابع f را به هر اندازه دلخواه بتوان به L_1 نزدیک کرد، به شرط آنکه مقادیر x از سمت راست به قدر کافی به a نزدیک شود.

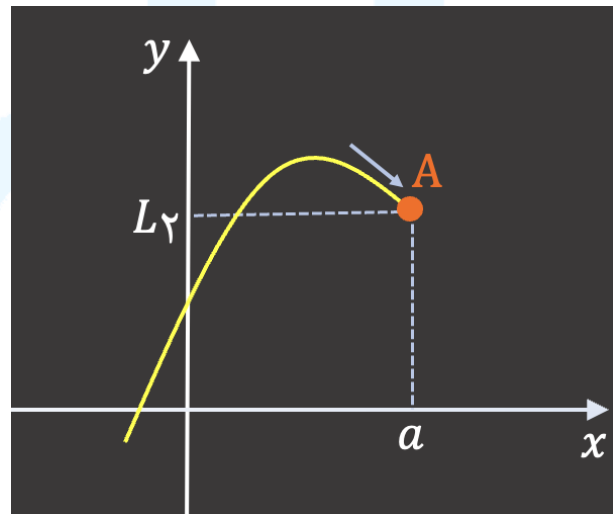
در این صورت می‌نویسیم: $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = L_1$



ریاضی ۲ مخصوص تجربی

۴- حد چپ: فرض کنیم تابع $f(x)$ در بازه‌ای مانند (m, a) تعریف شده باشد. حد چپ f در a برابر عدد مشخص $L_۲$ است، هرگاه مقادیر تابع f را به هر اندازه دلخواه بتوان به $L_۲$ نزدیک کرد، به شرط آنکه مقادیر x از سمت چپ به قدر کافی به a نزدیک شود.

در این صورت می‌نویسیم: $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = L_۲$



۵- در یکی از سه حالت زیر تابع در نقطه $x = a$ حد ندارد:

(الف) حداقل یکی از دو طرف مقادیر $x = a$ در دامنه تعریف تابع وجود نداشته باشد. به عبارت دیگر حداقل یکی از حدهای چپ یا راست تابع در $x = a$ تعریف نشده باشند.

(ب) حدهای چپ و راست تابع در $x = a$ وجود داشته باشند اما مقادیر آنها با

$$\left(\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow a^+} f(x) \right)$$

(پ) نمودار تابع در اطراف نقطه $x = a$ رفتار بی‌نهایت داشته باشد.

ریاضی ۲ مخصوص تجربی

۶- قضیه وجود حد تابع در یک نقطه معلوم:

$$\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = l \text{ و } \lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = l \text{ اگر و تنها اگر } \lim_{x \rightarrow a} f(x) = l$$

به عبارت دیگر اگر تابع $f(x)$ در یک نقطه دارای حد برابر l باشد آنگاه حدهای چپ و راست تابع در آن نقطه موجودند و حد آنها برابر l است. همچنین اگر تابع $f(x)$ در یک نقطه دارای حد چپ و حد راست برابر l باشد، آنگاه تابع در این نقطه حد دارد و حد آن برابر l است.

مدرسه مجازی اینو