

ریاضی ۲ مخصوص تجربی

حل تمرین‌های درس دوم فصل ششم

۱- حد تابع ثابت $f(x) = c$ در هر نقطه برابر مقدار ثابت c است. به طور کلی

$$\lim_{x \rightarrow a} c = c \text{ اگر } a \text{ و } c \text{ دو عدد حقیقی باشند آنگاه}$$

۲- حد تابع همانی: اگر $f(x) = x$ باشد، آنگاه برای هر $a \in \mathbb{R}$ داریم: $\lim_{x \rightarrow a} x = a$

۳- حد مجموع: اگر $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = l$ و $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = m$ آنگاه:

$$\lim_{x \rightarrow a} (f(x) + g(x)) = \lim_{x \rightarrow a} f(x) + \lim_{x \rightarrow a} g(x) = l + m$$

۴- حد تفاضل: اگر $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = l$ و $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = m$ آنگاه:

$$\lim_{x \rightarrow a} (f(x) - g(x)) = \lim_{x \rightarrow a} f(x) - \lim_{x \rightarrow a} g(x) = l - m$$

۵- حد حاصل ضرب: اگر $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = l$ و $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = m$ آنگاه:

$$\lim_{x \rightarrow a} (f(x) \times g(x)) = \lim_{x \rightarrow a} f(x) \times \lim_{x \rightarrow a} g(x) = l \times m$$

به عبارت دیگر اگر دو تابع در یک نقطه حد داشته باشند، حد حاصل ضرب دو تابع در آن نقطه برابر حاصل ضرب حدهای آنها در همان نقطه است.

۶- اگر c یک عدد ثابت و $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = l$ و $a \in \mathbb{R}$ باشند، آنگاه:

$$\lim_{x \rightarrow a} (cf(x)) = c \lim_{x \rightarrow a} f(x) = cl$$

۷- حد عبارت تواندار: در حالت کلی اگر $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = l$ و $n \in \mathbb{N}$ آنگاه:

ریاضی ۲ مخصوص تجربی

$$\lim_{x \rightarrow a} (f(x))^n = (\lim_{x \rightarrow a} f(x))^n = l^n$$

۸- حد تقسیم: اگر $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = l$ و $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = m$ آنگاه:

$$\lim_{x \rightarrow a} \left(\frac{f(x)}{g(x)} \right) = \frac{\lim_{x \rightarrow a} f(x)}{\lim_{x \rightarrow a} g(x)} = \frac{l}{m}, (m \neq 0)$$

۹- به طور کلی حد یک تابع چند جمله‌ای در یک نقطه با مقدار تابع در آن نقطه برابر است.

۱۰- حد ریشه: اگر $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = l$ آنگاه برای محاسبه $\lim_{x \rightarrow a} \sqrt[n]{f(x)}$ داریم:

(۱) اگر n فرد باشد:

$$\lim_{x \rightarrow a} \sqrt[n]{f(x)} = \sqrt[n]{l}$$

(۲) اگر n زوج باشد:

$$\lim_{x \rightarrow a} \sqrt[n]{f(x)} = \sqrt[n]{l}, l > 0$$

۱۱- حد توابع شامل قدرمطلق: در حالت کلی اگر $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = l$ باشد، آنگاه:

$$\lim_{x \rightarrow a} |f(x)| = \left| \lim_{x \rightarrow a} f(x) \right| = |l|$$

۱۲- حد توابع مثلثاتی: اگر a بر حسب رادیان باشد، به طور کلی داریم:

الف) $\lim_{x \rightarrow a} \sin x = \sin a, (a \in \mathbb{R})$

ب) $\lim_{x \rightarrow a} \cos x = \cos a, (a \in \mathbb{R})$

ریاضی ۲ مخصوص تجربی

پ) $\lim_{x \rightarrow a} \tan x = \tan a$, $(a \neq k\pi + \frac{\pi}{2})$

ت) $\lim_{x \rightarrow a} \cot x = \cot a$, $(a \neq k\pi)$

۱۳- حد توابع شامل جزء صحیح: اگر $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = l$ آنگاه برای محاسبه

$\lim_{x \rightarrow a} [f(x)]$ داریم:

الف) اگر $l \in \mathbb{R} - \mathbb{Z}$ باشد:

$$\lim_{x \rightarrow a} [f(x)] = [l]$$

ب) اگر $l \in \mathbb{Z}$ باشد، آنگاه باید حدهای چپ و راست تابع در آن نقطه را بررسی کنیم. اگر حدهای چپ و راست با هم برابر بودند آنگاه تابع در آن نقطه حد دارد در غیر این صورت تابع در آن نقطه حد ندارد.

۱۴- رفع ابهام حالت مبهم صفر صفر:

اگر در محاسبه $\lim_{x \rightarrow a} \frac{P(x)}{Q(x)}$ که $P(x)$ و $Q(x)$ دو چندجمله‌ای باشند و داشته باشیم:

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{P(x)}{Q(x)} = \frac{0}{0}$$

برای رفع ابهام کافی است صورت و مخرج کسر را تجزیه کرده سپس با ساده کردن عامل ابهام (صفر کننده) از صورت و مخرج کسر، حاصل حد را به دست می‌آوریم.

ریاضی ۲ مخصوص تجربی

عامل ابهام همان عبارت $x - a$ می باشد که در صورت و مخرج کسر وجود دارد.



مدرسه مجازی آینو