

حسابان ۱

مجموع جملات دنباله حسابی

مجموع جملات دنباله حسابی

مثال ۱:

$$S = 1 + 2 + 3 + \dots + 20$$

$$\begin{cases} S = 1 + 2 + 3 + \dots + 18 + 19 + 20 \\ S = 20 + 19 + 18 + \dots + 3 + 2 + 1 \end{cases}$$

$$2S = \underbrace{(21 + 21 + 21 + \dots + 21 + 21 + 21)}_{\text{ت } 20}$$

$$2S = 20 \times 21 \rightarrow S = \frac{20 \times 21}{2} = 210$$

مثال ۲:

$$S = 2 + 5 + 8 + 11 + 14 + 17 + 20$$

$$\begin{cases} S = 2 + 5 + 8 + 11 + 14 + 17 + 20 \\ S = 20 + 17 + 14 + 11 + 8 + 5 + 2 \end{cases}$$

$$2S = 22 + 22 + 22 + 22 + 22 + 22 + 22 \Rightarrow 2S = 7 \times 22 \Rightarrow S = \frac{7 \times 22}{2} = 77$$

مجموع n جمله نخست از یک دنباله حسابی از رابطه‌های زیر به دست می‌آید.

$$S_n = \frac{n(a_1 + a_n)}{2} \quad S_n = \frac{n[2a_1 + (n-1)d]}{2}$$

اثبات:

$$S_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n$$

$$\begin{cases} S_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n \\ S_n = a_n + \dots + a_1 \end{cases}$$

$$2S_n = \underbrace{(a_1 + a_n) + \dots + (a_1 + a_n)}_{\text{ت } n}$$

$$2S_n = n \times (a_1 + a_n) \Rightarrow S_n = \frac{n(a_1 + a_n)}{2} \xrightarrow{a_n = a_1 + (n-1)d}$$

$$S_n = \frac{n(a_1 + a_1 + (n-1)d)}{2} = \frac{n[2a_1 + (n-1)d]}{2}$$