

$$S_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n$$

$$\begin{aligned} \xrightarrow{\times q} \quad S &= a + aq + aq^2 + \dots + aq^{n-1} \\ Sq &= aq + aq^2 + aq^3 + \dots + aq^n \end{aligned}$$

$$\begin{cases} Sq = aq + aq^2 + aq^3 + \dots + aq^n \\ -S = -a - aq - aq^2 - \dots - aq^{n-1} \end{cases}$$

$$Sq - S = aq^n - a$$

$$S_n = \frac{a(q^n - 1)}{q - 1}$$

$$S(q-1) = a(q^n - 1)$$

مثال: از بالای یک ساختمان به ارتفاع ۶ متر توپی را پرتاب می‌کنیم. توپ پس از هر بار برخورد به زمین اندازه ۱۰/۸ ارتفاع قبلی بلند می‌شود، پس از صد بار برخورد به زمین، در مجموع توپ تقریباً چند متر بالا و پایین رفته است؟

۶۶ (۴)

۶۰ (۳)

۵۷ (۲)

۵۴ (۱)

$$6 + 2 \times 6 \times 0.8 + 2 \times 6 \times 0.8^2 + \dots + 2 \times 6 \times 0.8^{99}$$

$$6 + 12 \times \underbrace{(0.8 + 0.8^2 + \dots + 0.8^{99})}_{S_{99}}$$

$$S_n = \frac{a(1-q^n)}{1-q}$$

$$6 + 12 \times \frac{0.8(1-0.8^{99})}{1-0.8} \approx 6 + 12 \times \frac{0.8}{0.2} = 6 + 12(4) = 54$$