

حسابان ۱

روابط بین ضرایب و ریشه‌ها
مجموع و حاصل ضرب ریشه‌های معادله درجه ۲

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \rightarrow \begin{cases} \alpha = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \\ \beta = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \end{cases}$$

$$\boxed{\alpha + \beta = S = -\frac{b}{a}, \quad \alpha\beta = P = \frac{c}{a}}$$

$$4x^2 + 4x - 3 = 0 \rightarrow x = \frac{-4 \pm \sqrt{16 + 48}}{2(4)} = \frac{-4 \pm 8}{8} \begin{cases} \alpha = \frac{1}{2} \\ \beta = -\frac{3}{2} \end{cases}$$

مثال ۱: اگر α و β ریشه‌های معادله مقابل باشند مقادیر زیر را به دست آورید.

$$2x^2 - 3x - 1 = 0 \rightarrow \alpha\beta = \frac{-1}{2} \quad \alpha + \beta = +\frac{3}{2}$$

$$۱) \alpha^2\beta + \alpha\beta^2 = \alpha\beta(\alpha + \beta) = \left(-\frac{1}{2}\right)\left(\frac{3}{2}\right) = -\frac{3}{4}$$

$$۲) \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} = \frac{\frac{3}{2}}{-\frac{1}{2}} = -3$$

$$۳) \alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = \frac{9}{4} - 1 = \frac{5}{4}$$

$$\alpha + \beta = S \quad \alpha\beta = P$$

عبارات متقارن

$$\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} = \frac{S}{P}$$

$$\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = S^2 - 2P$$

$$\alpha^3 + \beta^3 = (\alpha + \beta)^3 - 3\alpha\beta(\alpha + \beta) = S^3 - 3PS$$

$$\alpha\beta^2 + \beta\alpha^2 = \alpha\beta(\beta + \alpha) = PS$$

$$\frac{\alpha}{\beta} + \frac{\beta}{\alpha} = \frac{\alpha^2 + \beta^2}{\alpha\beta} = \frac{S^2 - 2P}{P}$$