

حسابان ۱

وجود و علامت ریشه‌ها

$$ax^2 + bx + c = 0 \quad x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$\begin{cases} \Delta > 0 \rightarrow \alpha, \beta \in \mathbb{R}, \alpha \neq \beta & \text{دارای دو ریشه حقیقی و متمایز} \\ \Delta = 0 \rightarrow \alpha = \beta = -\frac{b}{2a} & \text{دارای یک ریشه حقیقی مضاعف} \\ \Delta < 0 \rightarrow & \text{ریشه حقیقی ندارد} \end{cases}$$

مجموع و حاصل ضرب ریشه‌های معادله درجه ۲

$$\boxed{\alpha + \beta = S = -\frac{b}{a} \quad \alpha \cdot \beta = P = \frac{c}{a}}$$

بررسی ریشه‌ها $\left\{ \begin{array}{l} \text{وجود و تعداد} \\ \text{علامت ریشه‌ها} \end{array} \right\}$ بررسی علامت Δ, S, P

بحث در وجود علامت ریشه‌های معادله درجه ۲

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$\begin{cases} P > 0 \rightarrow \alpha \beta > 0 \xrightarrow{\text{هم علامت}} \begin{cases} S > 0 \rightarrow \alpha > \beta > 0 \\ S < 0 \rightarrow \alpha < \beta < 0 \end{cases} \\ P < 0 \rightarrow \alpha \beta < 0 \xrightarrow{\text{مختلف علامت}} \begin{cases} S > 0 \rightarrow \alpha > 0 > \beta > 0 \rightarrow |\alpha| > |\beta| \\ S < 0 \rightarrow \alpha > 0 > \beta > 0 \rightarrow |\alpha| < |\beta| \\ S = 0 \rightarrow \alpha = -\beta \end{cases} \\ P = 0 \rightarrow \alpha \beta = 0 \rightarrow \alpha = 0, \beta = -\frac{b}{a} \end{cases}$$

$$\Delta = 0 \rightarrow \alpha = \beta = -\frac{b}{2a} \text{ (یک ریشه مضاعف (دو ریشه برابر))}$$

$$\Delta < 0 \rightarrow x \text{ ریشه حقیقی نداشتن}$$