

حسابان ۱

معادله خط

معادله خط عموماً به یکی از دو شکل صریح یا ضمنی می‌باشد:

معادله ضمنی خط: $ax+by+c=0$ مثال: $-3x+4y-2=0$ و معادله صریح خط:

$$y=ax+b \quad \text{مثال:} \quad y=-\frac{2}{3}x+1$$

تذکر: در صورت نیاز می‌توان معادلات صریح و ضمنی را به یکدیگر تبدیل نمود.

$$y=-3x+4 \leftrightarrow 3x+y-4=0$$

رسم خط: با تعیین دو نقطه دلخواه از خط می‌توان نمودار خط را رسم نمود.

پیشنهاد می‌شود نقاط برخورد با محورهای مختصات را در نظر بگیرید.

$$y=-2x+4 \quad \begin{array}{c|cc} x & 0 & 2 \\ \hline y & 4 & 0 \end{array}$$

ویژگی‌های خط:

$$\text{الف) شیب خط: } \tan \alpha = \text{شیب} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{\Delta y}{\Delta x} \text{ شیب}$$

محاسبه شیب خط:

الف) ضریب x در معادله خط: مثلاً در $y=-2x+3$ شیب برابر -2 است.

ب) استفاده از مختصات دو نقطه دلخواه: مثلاً $4x-y+8=0$

$$\leftarrow \begin{array}{c|cc} x & 0 & -2 \\ \hline y & 4 & 0 \end{array}$$

$$\text{شیب} = \frac{A(0,4) - B(-2,0)}{-2-0} = \frac{0-4}{-2} = 2$$

ویژگی‌های خط:

ب) عرض از مبدأ: عرض نقطه تقاطع خط با محور y ها است

عرض از مبدأ $\leftarrow y=ax+b$

در معادله خط برای تعیین عرض از مبدأ کافی است $x=0$ قرار دهیم و مقدار y را حساب کنیم.

عرض از مبدأ $\rightarrow y=2$ $\Rightarrow 0+2y-4=0 \xrightarrow{x=0} -3x+2y-4=0$

خطوط خاص:

$$x=a$$

$$y=b$$

$$\frac{x}{p} + \frac{y}{q} = 1$$

خط افقی (تابع ثابت است) و شیب =
تعریف نشده
خط قائم است و شیب
معادله خط با داشتن تقاطع محورها

نوشتن معادله خط:

$$(1) \text{ داشتن یک نقطه از خط و شیب: } A(x_1, y_1), m \leftarrow y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$(2) \text{ داشتن دو نقطه از خط: } A(x_1, y_1) \leftarrow B(x_2, y_2) \leftarrow m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} \leftarrow \begin{cases} ax + by + c = 0 \\ a'x + b'y + c' = 0 \end{cases} \text{ یا در حالت: } \begin{cases} y = mx + b \\ y = m'x + b' \end{cases}$$

دو خط موازی شیب‌های برابر دارند
دو خط عمود بر هم شیب‌های عکس و قرینه هم دارند در حالت

$$mm' = -1 \text{ یا } m' = \frac{-1}{m} \leftarrow \begin{cases} y = mx + b \\ y = m'x + b' \end{cases}$$

$$aa' + bb' = 0 \leftarrow \begin{cases} ax + by + c = 0 \\ a'x + b'y + c' = 0 \end{cases} \text{ در حالت}$$

نکته خطوط عمود بر هم: $\begin{cases} ax + by + c = 0 \\ bx - ay + c' = 0 \end{cases}$ ضرایب x و y را جابه‌جا و یکی را قرینه کنید.

مثال: معادله خطی بنویسید که بر خط $2x - 3y = 5$ عمود بوده و از نقطه $(3, -1)$ بگذرد.

$$3x + 2y + c' = 0 \xrightarrow{(3, -1)} 3 \times 3 + 2(-1) + c' = 0 \Rightarrow c' = -7 \Rightarrow 3x + 2y - 7 = 0$$