

نسبت‌های مثلثاتی دو آلفا ( ۱ از ۲ )

برای دو زاویه  $\alpha$  و  $\beta$  داریم:

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \times \cos \beta + \cos \alpha \times \sin \beta$$

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \times \cos \beta - \cos \alpha \times \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \times \cos \beta - \sin \alpha \times \sin \beta$$

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \times \cos \beta + \sin \alpha \times \sin \beta$$

حالا اگر زاویه  $2\alpha$  داشته باشیم، خواهیم داشت:

$$\sin 2\alpha = \sin(\alpha + \alpha) = \sin \alpha \cos \alpha + \cos \alpha \sin \alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos(\alpha + \alpha) = \cos \alpha \cos \alpha - \sin \alpha \sin \alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\cos 2\alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1$$

$$\cos 2\alpha = 1 - 2 \sin^2 \alpha$$

برای زاویه  $2\alpha$  می‌توانیم اتحادهای زیر را نیز داشته باشیم:

$$\cos^2 \alpha = \frac{1 + \cos 2\alpha}{2}$$

$$\sin^2 \alpha = \frac{1 - \cos 2\alpha}{2}$$

با استفاده از اتحادهای فوق، اتحادهای زیر را ثابت کرده و آن‌ها را به خاطر

می‌بسپاریم:

$$\cot \alpha - \tan \alpha = 2 \cot 2\alpha$$

$$\cot \alpha + \tan \alpha = \frac{2}{\sin 2\alpha}$$

اثبات اتحادهای فوق:

$$\cot \alpha - \tan \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} - \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha}{\sin \alpha \cos \alpha} = \frac{\cos 2\alpha}{\frac{1}{2} \sin 2\alpha} = 2 \cot 2\alpha$$

$$\cot \alpha + \tan \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} + \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha}{\sin \alpha \cos \alpha} = \frac{1}{\frac{1}{2} \sin 2\alpha} = \frac{2}{\sin 2\alpha}$$

مدرسه مجازی اینو