

معادلات مثلثاتی ترکیبی ۱ از ۲

نکته:

در جواب‌های کلی، معادله k می‌تواند منفی یا مثبت باشد. بنابراین $x = 2k\pi + \alpha$ با $x = -2k\pi + \alpha$ فرقی ندارد.

نکته:

اگر جواب کلی معادله به صورت $x = \frac{2k\pi}{n} + \alpha$ بوده و $\alpha \neq 0$ باشد، در بازه $[0, 2\pi]$ دارای n جواب خواهد بود.

برای درک بهتر معادلات مثلثاتی به چند مثال توجه کنید:

مثال ۱: تعداد جواب‌های معادله زیر را در بازه $[0, 2\pi]$ بیابید.

$$\cos^3 x - \cos x = 0 \rightarrow \cos x (\cos^2 x - 1) = 0 \rightarrow \begin{cases} \cos x = 0 \\ \cos^2 x - 1 = 0 \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} \cos x = 0 \\ \cos x = 1 \\ \cos x = -1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{2} \text{ و } \frac{3\pi}{2} \\ x = 0 \text{ و } 2\pi \\ x = \pi \end{cases}$$

بنابراین معادله در بازه $[0, 2\pi]$ دارای ۵ جواب است.

مثال ۲: تعداد جواب‌های معادله زیر را در بازه $[0, 2\pi]$ بیابید.

$$\sin 2x = \sin 3x \rightarrow \begin{cases} 3x = 2x + 2k\pi \\ 3x = \pi - 2x + 2k\pi \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi \\ 5x = \pi + 2k\pi \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi \\ x = \frac{\pi}{5} + \frac{2k\pi}{5} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 0 \text{ و } 2\pi \\ x = \frac{\pi}{5}, \frac{3\pi}{5}, \frac{5\pi}{5}, \frac{7\pi}{5}, \frac{9\pi}{5} \end{cases}$$

بنابراین معادله در بازه $[0, 2\pi]$ دارای ۷ جواب است.