ریاضی ۳

مفهوم حد نامتناهی و همسایگی

همسایگی

اگر $x_{\circ}$ یک عدد حقیقی باشد، هر بازه شامل $x_{\circ}$ را یک همسایگی عدد $x_{\circ}$ می‌نامیم.

به بیان دیگر اگر $x_{\circ}\epsilon(a\ ,\ b)$ باشد، بازه $(a\ ,\ b)$ را یک همسایگی $x_{\circ}$ گوییم و $x_{\circ}$ را یک نقطه درونی بازه $(a\ ,\ \ b)$ گوییم.

همسایگی محذوف

اگر $x_{\circ} \in (a\ ,\ b)$ باشد، آنگاه مجموعه $(a\ ,\ x_{\circ}) \cup (x_{\circ}\ ,\ b)$ را یک همسایگی محذوف $x_{\circ}$ می‌نامیم.

همسایگی راست و چپ

همسایگی راست: اگر $r > \circ$ باشد، در این صورت بازه $(x_{\circ}$ و $x_{\circ} + r)$ را یک همسایگی راست $x_{\circ}$ می‌نامیم.

همسایگی چپ: اگر $r > \circ$ باشد، در این صورت بازه $(x_{\circ} - r$ و $x_{\circ})$ را یک همسایگی چپ $x_{\circ}$ می‌نامیم.

حد نامتناهی (حد بی نهایت)

تعریف: فرض کنید f در یک همسایگی محذوف $x = a$ تعریف شده باشد. گوییم $\lim\limits_{x\to a} f(x) = +\infty$، هرگاه با به اندازه کافی نزدیک کردن x به a، $f(x)$ بتواند از هر عدد مثبت دلخواهی بزرگتر شود.

تعریف: فرض کنید f در یک همسایگی محذوف $x = a$ تعریف شده باشد. گوییم $\lim\limits_{x\to a} f(x) = -\infty$، هرگاه با به اندازه کافی نزدیک کردن x به a، $f(x)$ بتواند از هر عدد دلخواهی کوچکتر شود.

نکته:

توجه داشته باشید در حالتی که حاصل حد نامتناهی شود، می‌گوییم حد f در a موجود نیست.

نکته:

در صورتی که هم $\lim\limits_{x\to a^+} f(x) = +\infty$ و هم $\lim\limits_{x\to a^-} f(x) = +\infty$،

می‌گوییم $\lim\limits_{x\to a} f(x) = +\infty$.

به همین ترتیب برای $\lim\limits_{x\to a} f(x) = -\infty$ تعریف می‌شود.

کجاها حد نامتناهی داریم؟

توابع گویا (کسری) که صورت یک عدد غیرصفر و مخرج صفر حدی می شود.

تابع تانژانت

و تابع لگاریتم

اگر $a > ۱$ باشد $\lim\limits_{x\to ۰^+} \log_a x = -\infty$ ،

اگر $۰ < a < ۱$ باشد $\lim\limits_{x\to ۰^+} \log_a x = +\infty$.