ریاضی ۳

حد نامتناهی در بی نهایت

اگر تابع f در بازه $(a,+\infty)$ تعریف شده باشد، و با افزایش مقدار x به اندازه کافی، مقادیر تابع به اندازه دلخواه بزرگ شوند، می‌گوییم حد تابع f در $+\infty$ برابر $+\infty$ است و می‌نویسیم: $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$

اگر تابع f در بازه $(-\infty, b)$ تعریف شده باشد، و با کاهش مقدار x به اندازه کافی، مقادیر تابع به اندازه دلخواه بزرگ شوند، می‌گوییم حد تابع f در $-\infty$ برابر $+\infty$ است و می‌نویسیم: $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=+\infty$

قضیه:

گزاره‌های زیر به طور مشابه تعریف می‌شوند:

$$\lim_{x\to+\infty} f(x)=-\infty$$

$$\lim_{x\to-\infty} f(x)=+\infty$$

$$\lim_{x\to-\infty} f(x)=-\infty$$

نکته:

❖ در تمام این حالات می گوییم حد f موجود نیست.

قضیه‌ها حد بی‌نهایت که پیش از این در حالت $x \to a$ مطرح شد،

❖ در حالتی که $x \to +\infty$ یا $x \to -\infty$ باشد نیز برقرار هستند.

به عنوان مثال اگر $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x) = +\infty$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$ آنگاه:

$$\lim_{x\to+\infty}(f(x) + g(x)) = +\infty$$

قضیه:

اگر $f(x)$ یک چندجمله‌ای از درجه n به‌صورت $f(x) = ax^n + bx^{n-1} + \ldots + e$ باشد که n عدد طبیعی و a یک عدد حقیقی غیرصفر باشد، خواهیم داشت:

$$\lim_{x\to+\infty}(ax^n + bx^{n-1} + \ldots + e) = \lim_{x\to+\infty} a\,x^n$$

$$\lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x\to-\infty} a\,x^n$$

قاعده پر توان

$$\lim_{x\to\infty}(ax^n + bx^{n-1} + \ldots + e) = \lim_{x\to\infty} a\,x^n$$

$$\lim_{x\to\infty}\frac{ax^n+bx^{n-۱}+\ldots+e}{a'x^m+b'x^{m-۱}+\ldots+e'}=\lim_{x\to\infty}\frac{ax^n}{a'x^m}=\begin{cases}\infty & n>m\\ \frac{a}{a'} & n=m\\ ۰ & n<m\end{cases}$$

قضیه:

$$\lim_{x\to+\infty} a\times x^n=\begin{cases}+\infty & a>۰\\ -\infty & a<۰\end{cases}$$

$$\lim_{x\to-\infty} a\times x^n=\begin{cases}+\infty & a>۰, n=۲k\\ -\infty & a<۰, n=۲k\\ -\infty & a>۰, n=۲k+۱\\ +\infty & a<۰, n=۲k+۱\end{cases}$$