

مسائل ترکیبی حد بی‌نهایت و حد در بی‌نهایت

برای درک بهتر حد بی‌نهایت و حد در بی‌نهایت به چند مثال توجه کنید:

مثال ۱: حدهای زیر را بیابید.

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (2^x + 3) = 0 + 3 = 3$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \log_3 x = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3^{x+1} + 4^{x-1}}{3^{x-1} + 4^{x+2}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3^x \times 3 + 4^x \div 4}{3^x \div 3 + 4^x \times 16} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3^x \times 3 + 4^x \div 4}{3^x \div 3 + 4^x \times 16}$$

$$\xrightarrow{\div 4^x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\left(\frac{3}{4}\right)^x \times 3 + 1 \div 4}{\left(\frac{3}{4}\right)^x \div 3 + 1 \times 16} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\frac{1}{4}}{16} = \frac{1}{64}$$

نکته:

وقتی x به سمت $+\infty$ یا $-\infty$ می‌رود، داریم:

$$\sqrt[n]{ax^n + bx^{n-1} + \dots} \sim \sqrt[n]{a} \left| x + \frac{b}{na} \right| \quad (\text{اگر } n \text{ زوج باشد.})$$

$$\sqrt[n]{ax^n + bx^{n-1} + \dots} \sim \sqrt[n]{a} \left(x + \frac{b}{na} \right) \quad (\text{اگر } n \text{ فرد باشد.})$$

نکته:

وقتی x به سمت $+\infty$ یا $-\infty$ می‌رود، داریم:

$$\sqrt{ax^2 + bx + c} \sim \sqrt{a} \left| x + \frac{b}{2a} \right|$$

$$\sqrt{x^2 + bx + c} \sim \left| x + \frac{b}{2} \right|$$

مثال 2: حاصل حد زیر را بیابید.

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{4x^2 - 3x + 2} + 2x) \\ = \lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{4} \left| x - \frac{3}{4} \right| + 2x = \lim_{x \rightarrow -\infty} 2 \left(-x + \frac{3}{4} \right) + 2x = \frac{3}{2} \end{aligned}$$

مدرسه مجازی آینو