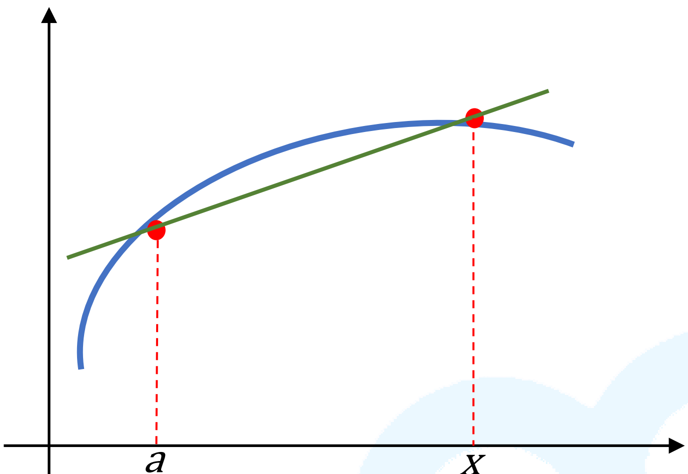
ریاضی ۳

تعریف دیگری از مشتق

در تعریف: $f'(a)=\lim\limits_{x\to a}\frac{f(x)-f(a)}{x-a}$ از تغییر متغیر $h=x-a$ استفاده می‌کنیم و خواهیم داشت:



$$f'(a)=\lim_{h\to ۰}\frac{f(a+h)-f(a)}{h}$$

توجه داشته باشید که تعریف کلی و تعبیر مشتق همان تعریف قبلی است و فقط ظاهر آن تغییر کرده است. بنابراین برای تابع از هر کدام از دو تعریف که استفاده کنیم به یک جواب خواهیم رسید.

برای درک بهتر تعریف مشتق به چند مثال توجه کنید:

مثال ۱ : مشتق تابع $f(x)=\sqrt{x}$ را در نقطه $x=۲$ بیابید.

$$f'(۲)=\lim_{h\to ۰}\frac{f(۲+h)-f(۲)}{h}=\lim_{h\to ۰}\frac{\sqrt{۲+h}-\sqrt{۲}}{h}\times\frac{\sqrt{۲+h}+\sqrt{۲}}{\sqrt{۲+h}+\sqrt{۲}}$$
$$=\lim_{h\to ۰}\frac{۲+h-۲}{h\times\left(\sqrt{۲+h}+\sqrt{۲}\right)}=\lim_{h\to ۰}\frac{h}{h\times\left(\sqrt{۲+h}+\sqrt{۲}\right)}=\frac{۱}{۲\sqrt{۲}}$$

مثال ۲. : اگر $f'(۳)=-۵$ باشد، حاصل موارد زیر را بدست آورید.

$$\lim_{h\to ۰}\frac{f(۳+h)-f(۳)}{۷h}=$$

با توجه به تعریف مشتق می دانیم که: $\lim_{h\to ۰}\frac{f(۳+h)-f(۳)}{h}=f'(۳)$

بنابراین باید در عبارت موردنظر این عبارت را جدا کنیم و خواهیم داشت:

$$\lim_{h\to ۰}\frac{f(۳+h)-f(۳)}{۷h}=\frac{۱}{۷}\times\lim_{h\to ۰}\frac{f(۳+h)-f(۳)}{h}=\frac{۱}{۷}\times f'(۳)=\frac{-۵}{۷}$$

مدرسه مجازی آی‌نو