

مشتق پذیری و پیوستگی

اگر تابعی در نقطه‌ای مشتق‌پذیر باشد، حتما در آن نقطه پیوسته است. به عبارت دیگر پیوستگی شرط لازم مشتق‌پذیری است. البته برای مشتق‌پذیر بودن تابع پیوستگی کافی نیست. یعنی ممکن است تابع در نقطه‌ای پیوسته باشد ولی مشتق‌پذیر نباشد. مثل تابع قدرمطلق در نقطه $x = 0$

نکته:

در سال قبل خوانده بودیم برای پیوستگی در یک نقطه، لازم است تابع در آن نقطه حد داشته باشد. بنابراین همانطور که در شکل زیر می‌بینید داشتن حد شرط لازم پیوستگی و خود پیوستگی شرط لازم مشتق‌پذیری است.

مشتق پذیری

پیوستگی

حد

برای درک بهتر مطلب فوق به مثال زیر توجه کنید:

مثال ۱: به ازای چه مقادیری از a و b تابع در $x = 2$ مشتق پذیر است؟

$$f(x) = \begin{cases} ax + b & x > 2 \\ x^2 & x \leq 2 \end{cases}$$

ابتدا شرط پیوستگی در $x = 2$ را بررسی می‌کنیم. یعنی حد چپ و راست تابع در این نقطه را با مقدار تابع در این نقطه برابر قرار می‌دهیم:

$$a \times 2 + b = 2^2 \rightarrow 2a + b = 4$$

سپس مشتق پذیری تابع در نقطه $x = 2$ را بررسی می‌کنیم:

$$f'(2) = 4 \rightarrow a = 4 \rightarrow b = -4$$