

فرض کنید x عضوی از دامنه تابع f باشد به طوری که $f'(x)$ موجود باشد، در این صورت تابع $f'(x)$ را به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

برای درک بهتر مطلب فوق به مثال زیر توجه کنید:

مثال ۱: تابع مشتق تابع زیر را بیابید.

$$f(x) = 3x + 1$$

$$\begin{aligned} f'(x) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{3(x+h) + 1 - (3x + 1)}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{3x + 3h + 1 - 3x - 1}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{3h}{h} = 3 \end{aligned}$$

مثال ۲: تابع مشتق تابع زیر را بیابید.

$$f(x) = x^3$$

$$\begin{aligned} f'(x) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(x+h)^3 - x^3}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{x^3 + 3x^2h + 3xh^2 + h^3 - x^3}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{3x^2h + 3xh^2 + h^3}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{h(3x^2 + 3xh + h^2)}{h} = 3x^2 \end{aligned}$$

مثال ۳ : تابع مشتق تابع زیر را بیابید.

$$f(x) = \sqrt{x}$$

$$\begin{aligned} f'(x) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+h} - \sqrt{x}}{h} \times \frac{\sqrt{x+h} + \sqrt{x}}{\sqrt{x+h} + \sqrt{x}} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{x+h-x}{h \times (\sqrt{x+h} + \sqrt{x})} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{h}{h \times (\sqrt{x+h} + \sqrt{x})} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{(\sqrt{x+h} + \sqrt{x})} = \frac{1}{2\sqrt{x}} \end{aligned}$$

مدرسه مجازی اینو