قاعده مشتق‌پذیری در یک بازه

اگر تابع $f(x)$ در تمام نقاط بازه $(a\,,b)$ مشتق‌پذیر باشد، می‌گوییم $f(x)$ روی $(a\,,b)$ مشتق‌پذیر است.

می‌گوییم تابع $f(x)$ در بازه $[a\,,b]$ مشتق‌پذیر است هرگاه در تمام نقاط بازه $(a\,,b)$ مشتق‌پذیر باشد و در a مشتق راست و در b مشتق چپ داشته باشد.

مشتق عامل صفرشونده

اگر a ریشه تابع $h(x)$ بوده و داشته باشیم $h(x) = f(x) \times g(x)$ و توابع $f(x)$ و $g(x)$ توابعی مشتق‌پذیر باشند و $f(a) = ۰$ باشد، برای محاسبه $h'(a)$ دو راه داریم:

الف) از تعریف مشتق استفاده کنیم:

$$h'(a) = \lim_{x\to a}\frac{h(x)-h(a)}{x-a}$$
$$= \lim_{x\to a}\frac{f(x)\times g(x)-f(a)\times g(a)}{x-a} = \lim_{x\to a}\frac{f(x)\times g(x)-۰}{x-a}$$

ب) از همان بخشی از تابع که در a صفر می‌شود (یعنی $f(x)$) مشتق گرفته و در مابقی عبارت ضرب می‌کنیم.

$h(x) = f(x) \times g(x) \rightarrow$

$$h'(a) = f'(a) \times g(a) + f(a) \times g'(a) \rightarrow \quad h'(a) = f'(a) \times g(a)$$

برای درک بهتر مطلب فوق به مثال زیر توجه کنید:

مثال ۱ : مشتق تابع $h(x) = (x^۳ + ۱)(x^۲ - ۳)(x^۲ + ۱)$ را در $x = -۱$ بیابید.

$$h'(-۱) = \lim_{x \to -۱} \frac{h(x) - h(-۱)}{x - (-۱)} = \lim_{x \to -۱} \frac{(x^۳ + ۱)(x^۲ - ۳)(x^۲ + ۱) - ۰}{x + ۱} =$$

$$\lim_{x \to -۱} \frac{(x + ۱)(x^۲ + x + ۱)(x^۲ - ۳)(x^۲ + ۱)}{x + ۱}$$

$$= \lim_{x \to -۱} \frac{(x^۲ + x + ۱)(x^۲ - ۳)(x^۲ + ۱)}{۱} = ۳ \times (-۲) \times ۲ = -۱۲$$