

مسائل ترکیبی از مشتق

برای درک بهتر مطلب فوق به مثال زیر توجه کنید:

مثال ۱: اگر $f(1) = 4$ و $f'(1) = 8$ باشد، مشتق تابع $y = \frac{1}{f(x)}$ در $x = 1$ را بیابید.

ابتدا مشتق تابع $y = \frac{1}{f(x)}$ را بدست می‌آوریم:

$$y = \frac{1}{f(x)} \rightarrow y' = \frac{-f'(x)}{f^2(x)} \rightarrow y'(1) = \frac{-f'(1)}{f^2(1)} = \frac{-8}{16} = \frac{-1}{2}$$

نکته:

اگر بخواهیم مشتق عبارتهایی را بیابیم که دارای قدرمطلق و برکت هستند، از دو راه می‌توانیم این کار را انجام دهیم:

الف) استفاده از تعریف مشتق

ب) اگر تابع در آن نقطه پیوسته باشد، در همسایگی نقطه موردنظر تابع را مستقل از برکت و قدرمطلق بنویسیم و از قضایا استفاده کنیم.

مثال ۲: مشتق راست تابع با ضابطه‌ی $f(x) = ([x] - |x|) \times \sqrt[3]{9x}$ در نقطه‌ی $x = -3$ را بیابید.

ابتدا در محدوده سمت راست نقطه‌ی $x = -۳$ (یعنی $x \rightarrow -۳^+$) تابع را بازنویسی می‌کنیم.

$$f(x) = ([x] - |x|) \times \sqrt[3]{9x} \xrightarrow{x \rightarrow -۳^+} f(x) = (-۳ - (-x)) \times \sqrt[3]{9x}$$

$$\rightarrow f(x) = (x - ۳) \times \sqrt[3]{9x} \rightarrow f'(x) = 1 \times \sqrt[3]{9x} + (x - ۳) \times \frac{9}{3\sqrt[3]{(9x)^2}}$$

$$\rightarrow f'(-۳) = -۳ + (-۶) \times \frac{9}{3 \times 9} = -۵$$