

### حل تمارین فصل ۵ (۱ از ۲)

نقطه بحرانی: نقطه  $c \in D_f$  را نقطه بحرانی می‌نامیم هرگاه  $f'(c) = 0$  و یا  $f'(c)$  موجود نباشد.

هرگاه  $f$  بر بازه  $[a, b]$  تعریف شده باشد نقاط  $a$  و  $b$  را بحرانی محسوب می‌کنیم.

اکسترمم مطلق:

$$c \in D_f, x \in D_f \Rightarrow f(x) \leq f(c)$$

تعریف:

در  $x = c$  ماکزیمم مطلق دارد.

$f(c)$ : مقدار ماکزیمم مطلق

به‌طور مشابه مینیمم مطلق تعریف می‌شود.

نتیجه: اگر  $f$  در  $x = c$  ماکزیمم مطلق یا مینیمم مطلق داشته باشد گوییم  $f$  در این نقطه اکسترمم مطلق دارد.

قضیه: اگر تابع  $f$  بر بازه  $[a, b]$  پیوسته باشد آن‌گاه در این بازه هم ماکزیمم مطلق دارد و هم مینیمم مطلق.

نتیجه: فرض کنید  $f$  در بازه  $[a, b]$  پیوسته باشد، در این صورت نقاط ماکزیمم و مینیمم مطلق  $f$ ، بحرانی‌اند.

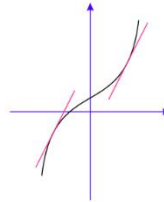
مدرسه مجازی آینو

یافتن کمترین مقدار و بیشترین مقدار در یک تابع در مسائل کاربردی را بهینه‌سازی می‌گوییم.

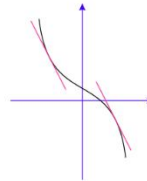
سطح کره	حجم کره	سطح جانبی استوانه	حجم استوانه	سطح جانبی مخروط	حجم مخروط
$4\pi R^2$	$\frac{4}{3}\pi R^3$	$h(2\pi R)$	$h\pi R^2$	$\pi RL$	$\frac{1}{3}h\pi R^2$

یکنواپی: فرض کنید  $f$  بر بازه  $[a, b]$  پیوسته و در بازه  $(a, b)$  مشتق‌پذیر باشد.

$f$  بر این بازه اکیداً صعودی است.  $f'(x) > 0 \Rightarrow$



$f$  بر این بازه اکیداً نزولی است.  $f'(x) < 0 \Rightarrow$



تذکره ۱: در قضیه قبلی اگر تعداد صفرهای تابع  $f'(x)$  محدود باشد (و یا نامحدود شمارش‌پذیر) باشد آنگاه با فرض  $f'(x) \geq 0$  تابع  $f$  در بازه  $(a, b)$  اکیداً صعودی است.

# مدرسه مجازی آینو

فرض کنید بازه  $(a, b)$  شامل نقطه  $c$ ، زیر مجموعه دامنه  $f$  باشد اگر برای هر  $x$  از این بازه:

$$f(x) \leq f(c) \Rightarrow f(c) \text{ یک مقدار ماکزیمم نسبی } f \text{ است.}$$

$$f(x) \geq f(c) \Rightarrow f(c) \text{ یک مقدار مینیمم نسبی } f \text{ است.}$$

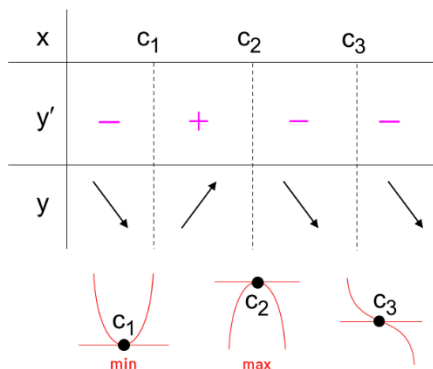
اگر تابع  $f$  در نقطه  $x = c$  ماکزیمم نسبی یا مینیمم نسبی داشته باشد گوییم در این نقطه اکسترمم نسبی دارد.

\* در توابع پیوسته، هر نقطه اکسترمم نسبی، یک نقطه بحرانی است.

\* اگر در دو طرف نقطه بحرانی، علامت  $f'$  یکسان باشد، این نقطه اکسترمم نسبی نیست.

### آزمون مشتق اول

فرض کنید تابع  $f$  در بازه  $(a, b)$  شامل نقطه بحرانی  $c$ ، پیوسته و بجز احتمالاً در نقطه  $c$ ، در همه نقاط مشتق پذیر باشد.





مدرسه مجازی اینو