

ریاضی و آمار ۳

◀ اصل جمع :

اگر بتوان عملی را به m طریق و عمل دیگری را به n طریق انجام داد و این دو عمل را نتوان با هم انجام داد، در این صورت به « $m+n$ » طریق می‌توان عمل اول «یا» عمل دوم را انجام داد.

$$m + n \rightarrow \text{اصل جمع} \rightarrow \text{«عمل B» یا «عمل A»}$$

\downarrow تعداد راه‌های انجام عمل A
 \downarrow تعداد راه‌های انجام عمل B

◀ اصل ضرب :

اگر عملی طی دو مرحله اول و دوم انجام پذیرد بطوریکه مرحله اول به m طریق «و» مرحله دوم به n طریق قابل انجام باشد، در کل آن عمل به « $m \times n$ » طریق قابل انجام است.

$$m \times n \rightarrow \text{اصل ضرب} \rightarrow \text{«مرحله دوم» و «مرحله اول»}$$

\downarrow تعداد راه‌های انجام مرحله اول
 \downarrow تعداد راه‌های انجام مرحله دوم

نکته : اصل جمع به بیش از دو عمل و اصل ضرب به بیش از دو مرحله نیز قابل تعمیم هستند.

تعداد راه‌های انجام یکی از k عمل :

$$m_1 + m_2 + m_3 + \dots + m_k$$

ریاضی و آمار ۳

انجام k مرحله‌ی یک عمل :

$$m_1 \times m_2 \times m_3 \times \dots \times m_k$$

◀ مسایل شمارش اعداد :

1- صفر نمی‌تواند رقم اول قرار بگیرد.

2- اول شرایط خاص مساله را در شمارش اعمال می‌کنیم و سپس مابقی جایگاه‌ها را پر می‌نماییم.

3- در محاسبه تعداد اعداد «زوج» یا «مضرب 5» به کمک ارقامی که «صفر» نیز در آنها وجود دارد، بایستی مسئله را به دو مرحله تقسیم کرده و تعداد اعداد هر مرحله را جداگانه محاسبه کرده و در پایان، جواب‌های دو مرحله را با هم جمع کنیم؛

مرحله اول : رقم «صفر» در یکان قرار داشته باشد.

مرحله دوم : رقم «صفر» در یکان قرار نداشته باشد.

◀ آشنایی با نماد فاکتوریل :

$$n! = n(n-1)(n-2)(n-3) \times \dots \times 3 \times 2 \times 1$$

$$2! = 2 \times 1 = 2 \quad 1! = 1 \quad 0! = 1$$

$$5! = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120 \quad 4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24 \quad 3! = 3 \times 2 \times 1 = 6$$

◀ ساده سازی فاکتوریل :

$$n! = n(n-1)! = n(n-1)(n-2)! = n(n-1)(n-2)(n-3)!$$

◀ جایگشت :

هر حالت از کنار هم قرار گرفتن n شیء متمایز را یک جایگشت n تایی از آن شیء می‌گوییم و برابر است با $n!$.

شیء متمایز n تعداد جایگشت‌های $n!$

نکته 1: در محاسبه جایگشت دسته‌بندی، اشیایی که می‌خواهیم در کنار هم باشند را یک دسته در نظر می‌گیریم، آنگاه جایگشت اشیاء داخل دسته را در جایگشت مابقی اشیاء به‌مراه دسته ضرب می‌کنیم.

نکته 2: در محاسبه جایگشت یکی در میان اگر تعداد اشیاء غیرهم‌نوع برابر بود، حاصلضرب جایگشت‌ها ضربدر 2 می‌شود. اما اگر اشیاء غیرهم‌نوع، یک واحد اختلاف داشتند، فقط جایگشت‌ها در هم ضرب می‌شوند.