

اثبات غیرمستقیم یا برهان خلف

در این روش فرض می‌کنیم حکم نادرست باشد و سپس با استفاده از قوانین منطق گزاره‌ها و دنباله‌ای از استدلال‌های درست و مبتنی بر فرض، به یک نتیجه غیرممکن یا متضاد با فرض می‌رسیم و از این تناقض نتیجه می‌گیریم که فرض نادرست بودن حکم باطل است و حکم درست است.

نکته: تاکید می‌کنم که برای ایجاد مهارت و تسلط در پاسخگویی به تست‌ها بایستی صورت بسیاری از اثبات‌ها را حفظ باشید و بدانید که هر کدام با چه نوع استدلالی اثبات می‌شوند. مثلاً احکام زیر به کمک برهان خلف اثبات می‌شوند؛

- حاصل جمع هر عدد گویا با یک عدد گنگ عددی گنگ است.
- حاصل ضرب هر عدد گویای مخالف صفر در عددی گنگ، گنگ است.
- اگر a_1, a_2, a_3 سه عدد صحیح و b_1, b_2, b_3 همان سه عدد اما با ترتیبی دیگر باشند، آنگاه $(a_1 - b_1)(a_2 - b_2)(a_3 - b_3)$ عددی زوج است و این حکم در مورد هر تعداد فرد عدد صحیح برقرار است.
- اگر x یک عدد گنگ باشد، آنگاه $\frac{1}{x}$ نیز گنگ است.
- اگر تابع f در $x = a$ پیوسته ولی تابع g در $x = a$ ناپیوسته باشد، آنگاه تابع $f + g$ در $x = a$ ناپیوسته است.
- اگر α, β دو عدد گنگ باشند ولی $\alpha + \beta$ گویا باشد. آنگاه اعداد $\alpha - \beta$ و $\alpha + 2\beta$ گنگ هستند.

- در حالت کلی اثبات گنگ بودن اعداد همواره به روش برهان خلف اثبات می‌شود.



مدرسه مجازی آینو