

## ریاضیات گسسته

گزاره‌های دوشرطی و اثبات بازگشتی

گزاره‌های دوشرطی:

نکته : اگر ارزش دو گزاره یکسان باشد آنها را گزاره‌های هم‌ارز می‌گوییم.

$$P \equiv Q$$

د د

ن ن

یک گزاره دوشرطی زمانی درست است که دو گزاره هم‌ارز باشند یعنی هر دو درست یا هر دو نادرست باشند.

$$P \Leftrightarrow Q$$

د د د

ن ن د

پس برای بررسی ارزش یک گزاره دوشرطی باید بررسی کنیم که هم بتوانیم از P به Q برسیم و هم بتوانیم از Q به P برسیم.

از این قاعده استفاده کرده و به کمک آن می‌توانیم برخی نامساوی‌های ریاضی را به روش اثبات بازگشتی، اثبات کنیم بدین طریق که در عبارت دوشرطی  $P \Leftrightarrow Q$  بجای آنکه P را ثابت کنیم، گزاره هم‌ارز آن یعنی Q را ثابت کنیم در حقیقت بین P و Q حکمی را که ساده‌تر است اثبات کنیم.

## ریاضیات گسسته

اثبات بازگشتی : نامساوی را ساده می‌کنیم تا به یک عبارت همیشه درست برسیم آنگاه برای آنکه نشان دهیم همه مراحل برگشت پذیر است، جهت فلش‌ها را دو طرفه می‌کنیم.

نکته : تاکید می‌کنم که برای ایجاد مهارت و تسلط در پاسخگویی به تست‌ها بایستی صورت بسیاری از اثبات‌ها را حفظ باشید و بدانید که هر کدام با چه نوع استدلالی اثبات می‌شوند. مثلاً احکام زیر به اثبات بازگشتی اثبات می‌شوند؛

$$a + \frac{1}{a} \geq 2$$

- برای هر عدد مثبت  $a$  داریم

$$a + \frac{1}{a} \leq -2$$

- برای هر عدد منفی  $a$  داریم

$$\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$$

- برای هر دو عدد نامنفی  $b, a$  داریم

$$\frac{x}{y} + \frac{y}{x} \geq 2$$

- برای هر دو عدد حقیقی و مخالف صفر  $x, y$  داریم