

## ریاضیات گسسته

تست استدلال

انواع استدلال در ریاضی :

(۱) اثبات مستقیم

(۲) اثبات با در نظر گرفتن همه حالت‌ها

(۳) مثال نقض

(۴) اثبات غیر مستقیم (برهان خلف)

(۵) گزاره های دوشرطی

(۶) اثبات بازگشتی

۱- اثبات مستقیم : اثبات با استفاده از حقایقی است که درستی آنها را قبلاً پذیرفته‌ایم. (با اطلاعات خودمان- فرض مسأله- قضایای اثبات شده- اصول اولیه- تعاریف- مفاهیم و ...)

۲ تا تیپ مسائل اثبات مستقیم :

الف) کار با اعداد زوج و فرد  $2k = \text{زوج}$   $2k + 1 = \text{فرد}$

ب) کار با اعداد گنگ و گویا  $Q = \left\{ \frac{a}{b} \mid a, b \in \mathbb{Q}, b \neq 0 \right\}$

۲- اثبات با در نظر گرفتن همه حالت‌ها: گاهی اوقات در اثبات يك حکم لازم است که حالت‌های مختلف آن مسئله را در نظر گرفته و اثبات کنیم. به این روش «اثبات با در نظر گرفتن همه حالت‌ها» می‌گوییم.

$$p \vee q \Rightarrow r \equiv (p \Rightarrow r) \wedge (q \Rightarrow r)$$

نکته : گاهی اوقات در اثبات‌های مستقیم از احکامی که قبلاً اثبات کرده‌ایم استفاده می‌کنیم. در اینصورت نیازی به اثبات آن احکام نیست فقط باید خود حکم را بیان کنیم.

نکته : اگر حکم ارائه شده درست نباشد برای اثبات نادرستی آن باید مثال نقض بیاوریم.

۳- اثبات به روش مثال نقض :

مثال نقض، مثالی است که برای ردّ يك حکم كلي آورده می‌شود.  
مثلاً برای حکم «عدد  $2^n + 1$  به ازای همه اعداد طبیعی  $n$  اول است» مثال نقض  $n = 5$  وجود دارد که در اینصورت حاصل عدد بر ۶۴۱ بخشپذیر خواهد بود.

۴- اثبات غیرمستقیم (برهان خلف) :

در این روش فرض می‌کنیم حکم نادرست باشد و سپس با استفاده از قوانین منطق گزاره‌ها و دنباله‌ای از استدلال‌های درست و مبتنی بر فرض، به یک نتیجه غیرممکن یا متضاد با فرض می‌رسیم و از این تناقض نتیجه می‌گیریم که فرض نادرست بودن حکم باطل است و حکم درست است.

۵- گزاره‌های دوشرطی

نکته : اگر ارزش دو گزاره یکسان باشد آنها را گزاره‌های هم‌ارز می‌گوییم.

$$P \equiv Q$$

د      د

ن      ن

یک گزاره دوشرطی زمانی درست است که دو گزاره هم‌ارز باشند یعنی هر دو درست یا هر دو نادرست باشند.

$$P \Leftrightarrow Q$$

د      د      د

ن      ن      د

پس برای بررسی ارزش یک گزاره دوشرطی باید بررسی کنیم که هم بتوانیم از  $P$  به  $Q$  برسیم و هم بتوانیم از  $Q$  به  $P$  برسیم.

از این قاعده استفاده کرده و به کمک آن می‌توانیم برخی نامساوی‌های ریاضی را به روش اثبات بازگشتی، اثبات کنیم بدین طریق که در عبارت دوشرطی  $P \Leftrightarrow Q$  بجای آنکه  $P$  را ثابت کنیم، گزاره هم‌ارز آن یعنی  $Q$  را ثابت کنیم در حقیقت بین  $P$  و  $Q$  حکمی را که ساده‌تر است اثبات کنیم.

۶- اثبات بازگشتی : نامساوی را ساده می‌کنیم تا به یک عبارت همیشه درست برسیم آنگاه برای آنکه نشان دهیم همه مراحل برگشت‌پذیر است، جهت فلش‌ها را دوطرفه می‌کنیم.

◀ نکات اثبات بازگشتی:

نکته ۱ : گاهی اوقات برای اثبات یک حکم به روش بازگشتی، چندین راه وجود دارد.

نکته ۲ : دسته‌ای از اثبات‌های بازگشتی هستند که لازم است ابتدا طرفین را در ۲ ضرب کنیم (مانند مثال قبل) و سپس با دسته‌بندی جملات به چند عبارت مربع کامل برسیم.

نکته ۳ : عمل برگشت پذیری و استفاده از حکم برای رسیدن به پاسخ مساله، در بسیاری از استدلال های مشابه در ریاضیات قابل استفاده است.



مدرسه مجازی آینو